

به نام خداوند بخشنده مهربان

آنالیز واریانس (پراش)

Analysis of Variance(ANOVA)

آنالیز واریانس روشی است که در آن کل پراکندگی موجود در داده ها به مولفه های گوناگون افراز می شود.

سؤال: در مقایسه میانگین بیش از دو جامعه، چرا از آزمون t (مقایسه دو به دو) استفاده نکنیم؟

آنالیز واریانس یک طرفه (One Way Analysis of Variance)

مثال: در مطالعه ای اثر گلوکز روی انسولین رها شده مورد نظر است. نمونه های از بافت لوزالمعده از حیوانات آزمایشگاهی را در معرض پنج تحریک کننده مختلف قرار داده اند. پس از آن مقدار انسولین رها شده را تعیین کرده اند. آیا مقدار انسولین رها شده با پنج تحریک کننده تفاوت معنی دار دارند؟ سطح معنی داری را ۵٪ به گیرید.

انسولین رها شده در معرض ۵ تحریک کننده

تحریک کننده					
	1	2	3	4	5
	1.53	3.15	3.89	8.18	5.86
	1.61	3.96	4.80	5.64	5.46
	3.75	3.59	3.68	7.36	5.69
	2.89	1.89	5.70	5.33	6.49
	3.26	1.45	5.62	8.82	7.81
	2.83	3.49	5.79	5.26	9.03
	2.86	1.56	4.75	8.75	7.49
	2.59	2.44	5.33	7.10	8.98
Mean	2.66	2.69	4.94	7.06	7.10

4.89

$$SS_{Total} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2$$

$$SS_{Total} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_{.j})^2 + \sum_{j=1}^k n_j (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2$$

$$SS_{Total} = SS_{Within-Group} + SS_{Among-Group}$$

مفروضات (Assumptions) درالگوی اثرات ثابت:

۱- k مجموعه از نمونه از k جمعیت های مستقل استخراج شده اند.

۲- هریک از k جامعه دارای توزیع نرمال با میانگین μ_j و واریانس σ_j^2 می باشند.

۳- واریانس های k جامعه مساوی هستند. یعنی:

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$$

۴- خطا ها مستقل از هم و دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 می باشند.

جدول ANOVA

Source of Variation	SS	df	MS	F
Among Group	SS_A	k-1	MS_A	VR
Within Group	$SS_{W(R)}$	N-k	$MS_{W(R)}$	
Total	SS_{Total}	N-1		

جدول ANOVA

SV	SS	df	MS	F	p-value
Among Group	154.9199	4	38.7300	29.76	<0.001
Residual	45.5574	35	1.3016		
Total	200.4773	39			

مقایسه های چندگانه

آزمون HSD توکی

(Honestly Significant Difference)

این آزمون برای مقایسه همه میانگین ها به صورت دو به دو به کار می رود. در این آزمون یک مقدار ثابت برای هر سطح احتمال محاسبه می شود.

$$HSD = q_{\alpha, k, N-k} \sqrt{\frac{MSE}{n}}$$

مثال: در مثال اثر گلوکز روی انسولین:

$$HSD = 1.64$$

حال جدول تفاوت بین میانگین ها را تشکیل می دهیم:

	$\bar{x}_{.1}$	$\bar{x}_{.2}$	$\bar{x}_{.3}$	$\bar{x}_{.4}$	$\bar{x}_{.5}$
$\bar{x}_{.1} = 2.66$	—	۰/۰۳	۲/۲۸	۴/۴۰	۴/۴۴
$\bar{x}_{.2} = 2.69$	—	—	۲/۲۵	۴/۳۷	۴/۴۱
$\bar{x}_{.3} = 4.94$	—	—	—	۲/۰۲	۲/۱۶
$\bar{x}_{.4} = 7.06$	—	—	—	—	۰/۰۴
$\bar{x}_{.5} = 7.10$	—	—	—	—	—

آزمون شفه (Scheffe's Method)

حداقل تفاوت معنی دار شفه
که k تعداد تیمار می باشد.

$$Sch = \sqrt{(k-1)F_{k-1, df_E}} \cdot \sqrt{\frac{2MSE}{n}}$$

درمثال با ۵ تیمار:

$$Sch = 1.85$$

موفق باشید